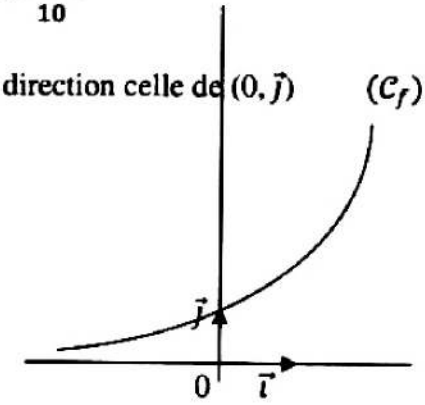
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{X \to +\infty} \frac{Ln2}{10} \frac{e^X}{X}$$
$$= +\infty$$

Avec $X = \frac{xLn2}{10}$

B.P de direction celle de $(0, \vec{j})$ $(\mathcal{C}_f)$



EXERCICE 3 :

1) – a) $y' = 2y - 1$

Les solutions sont les fonctions définies sur IR par : $f(x) = k.e^{2x} + \frac{1}{2}$; $\forall k \in IR$

b) $y' = \pi x - 3$

... $f(x) = k.e^{\pi x} + \frac{3}{\pi}$; $\forall k \in IR$

c) $y' = \frac{5}{2} y - \frac{1}{2}$

... $f(x) = k.e^{\frac{5}{2}x} + \frac{1}{5}$; $\forall k \in IR$

2) – a) $y' = y + 1$ et $y(2) = 0$

La solution est : $f(x) = e^{x-2} - 1$

b) $y' = -\frac{1}{2} y + \frac{3}{2}$ et $y(0) = 3$

$f(x) = (3 - 3)e^{-\frac{1}{2}x} + 3 = 3$

c) $y' = -3 y - \frac{3}{4}$ et $y(-1) = 0$

$f(x) = \frac{1}{4} e^{-3(x+1)} - \frac{1}{4}$

EXERCICE 4 :

1) $f'(t)$: vitesse instantanée

$f'(t)$ et $(f(t) - 25)$ sont proportionnelles

$\Rightarrow f'(t) = a [f(t) - 25]$; $a \in IR$

* La température initiale est 100°c

$\Rightarrow f(0) = 100$

* f(t) prend la valeur 75 pour t = 15 mn

$\Rightarrow f(15) = 75$

D'où $\begin{cases} f'(t) = a [f(t) - 25] \\ f(0) = 100 \\ f(15) = 75 \end{cases}$

2) f est solution de l'équation différentielle :

$y' = ay - 25a$ d'où

$f(t) = k.e^{at} + 25$; $k \in IR$

* $f(0) = 100 \Rightarrow k + 25 = 100 \Rightarrow k = 75$

d'où $f(t) = 75e^{at} + 25$

* $f(15) = 75 \Rightarrow 75e^{15a} + 25 = 75$

$\Rightarrow e^{15a} = \frac{2}{3} \Rightarrow 15\,a = Ln(\frac{2}{3})$

$\Rightarrow a = \frac{1}{15} Ln(\frac{2}{3})$ d'où

$f(t) = 75e^{\frac{t}{15} Ln(\frac{2}{3})} + 25$

3) $f(t) - 25 \leq 1 \Leftrightarrow e^{\frac{t}{15} Ln(\frac{2}{3})} \leq \frac{1}{75}$

$\Leftrightarrow \frac{t}{15} Ln(\frac{2}{3}) \leq -Ln(75)$

$\Leftrightarrow t \geq \frac{-15Ln(75)}{Ln(\frac{2}{3})}$ à la calculatrice

$t \geq ...$

EXERCICE 5 :

1) $\begin{cases} f'(t) = a (20 - f(t)) \\ f(5) = 10 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

f est une solution de l'équation différentielle : $y = -a y + 20a$

et $f(5) = 10$

d'où : $f(t) = (10 - \frac{20a}{a})e^{-a(t-5)} + \frac{20a}{a}$

$f(t) = -10\, e^{-a(t-5)} + 20$